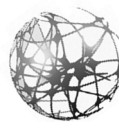
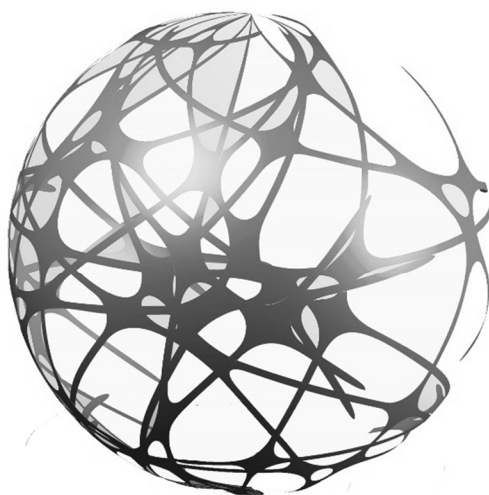

実戦演習

高3 数学IA 第7回



Mathematics 数学



第1問 (配点 30)

[1] 実数 x, y が

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 8 \\ x^2 - y^2 = -2\sqrt{15} \end{cases}$$

を満たしている。ただし、 $x < 0 < y$ とする。

(1) $x^2 = \boxed{\text{ア}} - \sqrt{\boxed{\text{イウ}}}$, $y^2 = \boxed{\text{ア}} + \sqrt{\boxed{\text{イウ}}}$

であるから

$$x^2 y^2 = \boxed{\text{エ}}$$

であり

$$xy = \boxed{\text{オカ}}$$

である。

さらに、 $x^2 - y^2 < 0$, $x < 0 < y$ であることに注意すると

$$x + y = \boxed{\text{キ}}$$

である。

$\boxed{\text{キ}}$ の解答群

- | | | | | | | | |
|---|----|---|-------------|---|------------|---|---|
| ① | -6 | ② | $-\sqrt{6}$ | ③ | $\sqrt{6}$ | ④ | 6 |
|---|----|---|-------------|---|------------|---|---|

(数学 I・数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

- (2) 等式 $(x^2 + y^2)(x + y) = x^3 + y^3 + xy(x + y)$ を用いることにより

$$x^3 + y^3 = \boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

- (3) 太郎さんと花子さんは $x^5 - y^5$ の値の求め方について考察している。

太郎： $x^3 + y^3$ の値を求めたときと同じような等式を用いて変形するとうまく計算できるかな。

花子： $x^5 - y^5$ だから、符号に注意すればなんとかなりそうだね。

$$x^5 - y^5 = \boxed{\text{コサシ}} \sqrt{\boxed{\text{スセ}}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

[2] $\triangle ABC$ において、 $AB=3$, $BC=8$, $CA=7$ とし、 $\triangle ABC$ の外接円の点A
を含まない弧BC上に点Dを

$$(\triangle ABC \text{の面積}) : (\triangle BCD \text{の面積}) = 3 : 5 \dots\dots\dots \text{①}$$

となるようにとる。ただし、 $CD > BD$ とする。

$$(1) \quad \cos \angle BAC = \frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}, \quad \cos \angle BDC = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

(2) $CD = x$, $BD = y$ とおくと、①より

$$xy = \boxed{\text{テト}}$$

であり、さらに $\triangle BCD$ に余弦定理を用いると

$$x^2 + y^2 = \boxed{\text{ナニ}}$$

である。

よって

$$x = \boxed{\text{ヌ}}, \quad y = \boxed{\text{ネ}}$$

であり

$$\angle CBD = \boxed{\text{ノハ}}^\circ, \quad AD = \boxed{\text{ヒ}}$$

である。

(数学I・数学A第1問は次ページに続く。)

- (3) 点 P が、両端を除く線分 AD 上を動く。△ABD, △ABP, △BDP の外接円の半径をそれぞれ R_0, R_1, R_2 とする。

正弦定理を用いると

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$$

である。

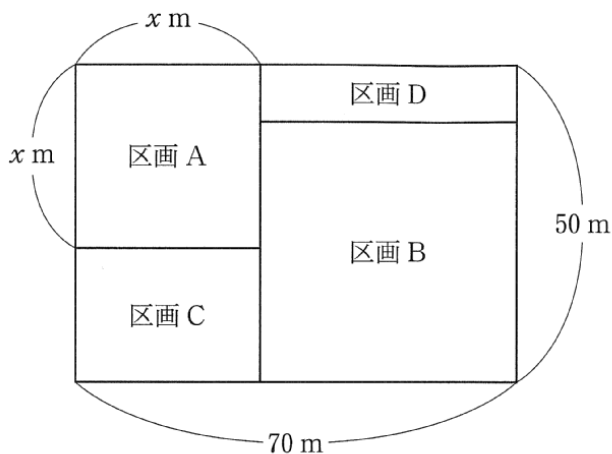
また、 $R_1 + R_2 = R_0$ が成り立つような点 P の位置は 。

の解答群

- | | |
|--------------|------------|
| ① 存在しない | ④ 一つだけ存在する |
| ② ちょうど二つ存在する | ③ 三つ以上存在する |

第2問 (配点 30)

- [1] 縦 50 m, 横 70 m の長方形の形をした土地 P がある。この土地を, 下図のように二つの正方形の区画 A, B と二つの長方形の区画 C, D に分割する。



正方形の区画 A の一辺の長さを x m とするとき, 正方形の区画 B の一辺の長さは $(70 - x)$ m であるから, x のとり得る値の範囲は である。

の解答群

- ① $10 < x < 40$ ② $20 < x < 50$ ③ $30 < x < 60$

以下, x は の範囲で変化するものとする。

区画 A と区画 B の面積の和を $f(x)$ m² とすると, $f(x)$ が最小となるのは $x =$ のときである。

(数学 I ・数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

太郎：土地に建物を建てる時の建ぺい率って知ってる？

花子：土地の面積に対する建物の面積の割合のことだね。

太郎：そう。つまり

$$(\text{建ぺい率}) = \frac{(\text{建物の面積})}{(\text{土地の面積})} \times 100 (\%)$$

となっていて

$$(\text{建物の面積}) = (\text{土地の面積}) \times \frac{(\text{建ぺい率})}{100}$$

でもあるんだ。建物を建てる時は、建ぺい率を都市計画法で定められたある値以下にするように決まっているよ。

花子：じゃあ、土地の面積が 100 m^2 で建ぺい率を 60% にすると

$$100 \times \frac{60}{100} = 60$$

だから、建物の面積は 60 m^2 ということになるね。

以下、 $(\text{建ぺい率}) = \frac{(\text{建物の面積})}{(\text{土地の面積})} \times 100 (\%)$ とする。

区画 A には建ぺい率 80% の建物、区画 B には建ぺい率 60% の建物を建てることにする。区画 A と区画 B に建てた建物の面積の和を $g(x) \text{ m}^2$ とすると $g(x) = \boxed{\text{エ}}$ であるから、 $g(x)$ が最小となるのは $x = \boxed{\text{オカ}}$ のときである。

$\boxed{\text{エ}}$ の解答群

① $\frac{8}{5}x^2 - 112x + 3920$

② $\frac{7}{5}x^2 - 84x + 2940$

③ $160x^2 - 11200x + 392000$

④ $140x^2 - 8400x + 294000$

(数学 I ・数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

土地 P の面積を $S \text{ m}^2$ とし、 S に対する $g(x)$ の割合 $\left(\frac{g(x)}{S} \times 100\right)\%$ のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{キク}} \leq \frac{g(x)}{S} \times 100 < \boxed{\text{ケコ}}$$

である。

また、 $\frac{g(x)}{S} \times 100 < 52$ のとき、区画 A と区画 B の面積の比較の記述として、

次の①～③のうち、正しいものは $\boxed{\text{サ}}$ である。

$\boxed{\text{サ}}$ の解答群

- ① 区画 A の面積は、区画 B の面積よりつねに大きい。
- ② 区画 A の面積は、区画 B の面積よりつねに小さい。
- ③ 区画 A の面積は、区画 B の面積より大きいこともあれば、小さいこともある。

(数学 I ・数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

区画 A の建ぺい率と区画 B の建ぺい率をともに $k\%$ ($30 \leq k \leq 80$) に変更したとき、区画 A と区画 B に建てた建物の面積の和を $h(x) \text{ m}^2$ とする。ただし、 x は の範囲で変化する。

このとき、 $g(x)$ が最小となる x の値と $h(x)$ が最小となる x の値の比較の記述として、次の①～③のうち、正しいものは である。

の解答群

- ① $g(x)$ が最小となる x の値と $h(x)$ が最小となる x の値は、つねに等しい。
- ② $g(x)$ が最小となる x の値は、 $h(x)$ が最小となる x の値よりつねに大きい。
- ③ $g(x)$ が最小となる x の値は、 $h(x)$ が最小となる x の値よりつねに小さい。
- ④ $g(x)$ が最小となる x の値は、 $h(x)$ が最小となる x の値より大きいこともあれば、小さいこともある。

また、 $g(x)$ の最小値と $h(x)$ の最小値の比較の記述として、次の①～③のうち、正しいものは である。

の解答群

- ① $g(x)$ の最小値と $h(x)$ の最小値は、つねに等しい。
- ② $g(x)$ の最小値は、 $h(x)$ の最小値よりつねに大きい。
- ③ $g(x)$ の最小値は、 $h(x)$ の最小値よりつねに小さい。
- ④ $g(x)$ の最小値は、 $h(x)$ の最小値より大きいこともあれば、小さいこともある。

[2] 気象庁では、一日の最高気温が 35°C 以上の日を猛暑日、 30°C 以上の日を真夏日と定義している。

2018 年の 7 月と 8 月の計 62 日のそれぞれに対して、日本の 927 地点を対象として猛暑日と判定された地点数と真夏日と判定された地点数を調べた。ただし、ある地点における一日の最高気温が 35°C 以上である場合、その地点は猛暑日と真夏日の両方について 1 地点分として数えられる。

次の図 1 はそれらをヒストグラムにしたものである。ただし、猛暑日の地点数のデータを A、真夏日の地点数のデータを B とする。また、ヒストグラムの各階級の区間は、左側の数値を含み、右側の数値を含まない。

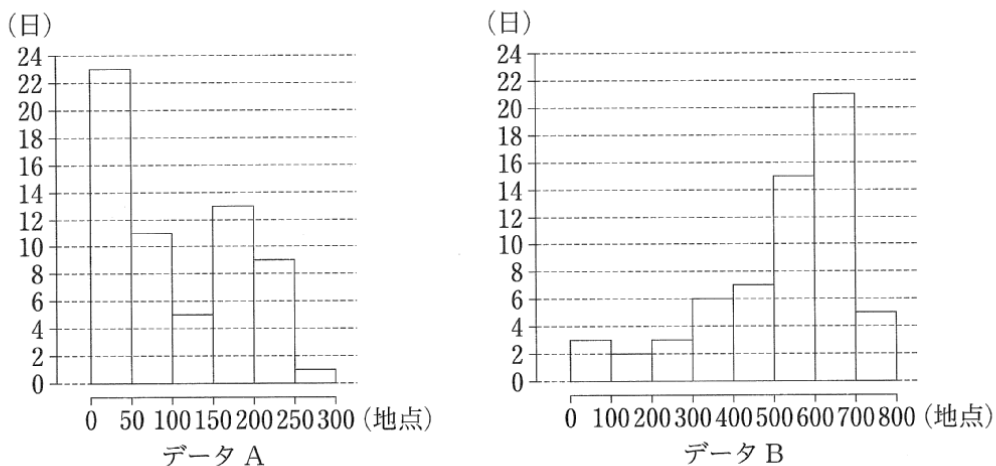


図 1 2018 年の 7 月と 8 月における猛暑日と真夏日の地点数のヒストグラム
(出典：気象庁の Web ページにより作成)

(数学 I ・数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

- (1) データ A のヒストグラムにおいて、中央値が含まれる階級は **セ** である。また、データ B のヒストグラムにおいて、階級値を用いて地点数の平均値を求めると、その値は **ソ** である。

セ の解答群

- | | |
|-----------------|-----------------|
| ① 0 以上 50 未満 | ⑥ 50 以上 100 未満 |
| ② 100 以上 150 未満 | ⑦ 150 以上 200 未満 |
| ③ 200 以上 250 未満 | ⑧ 250 以上 300 未満 |

ソ については、最も適当なものを、次の①～④のうちから一つ選べ。

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ① 468 | ② 518 | ③ 568 | ④ 618 |
|-------|-------|-------|-------|

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

(2) データ A とデータ B の相関を調べるために、図 2 の散布図を作成した。

さらに、2012 年の 7 月と 8 月の計 62 日についても同様に、927 地点を対象として猛暑日と判定された地点数と真夏日と判定された地点数を調べ、猛暑日の地点数のデータを C、真夏日の地点数のデータを D として図 3 の散布図を作成した。ただし、両散布図とも完全に重なっている点はない。

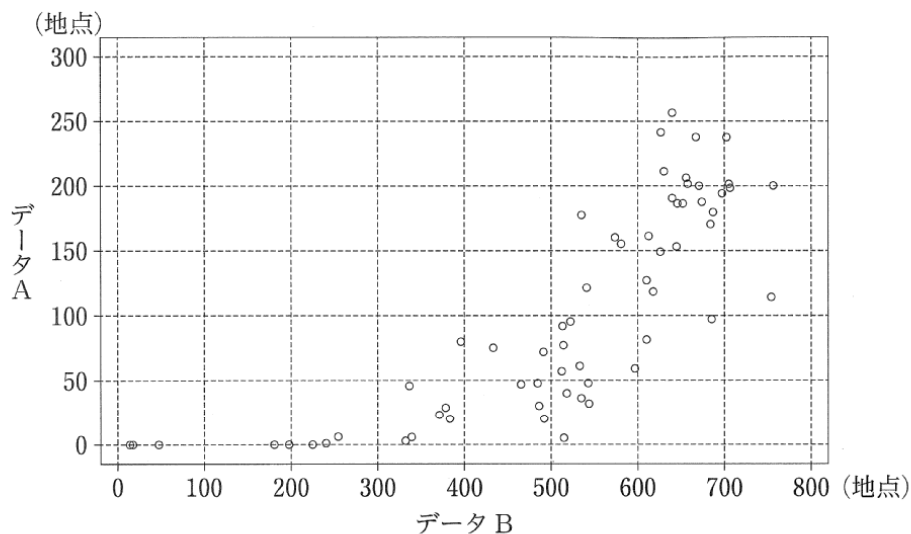


図 2 2018 年の 7 月と 8 月における真夏日と猛暑日の地点数の散布図
(出典：気象庁の Web ページにより作成)

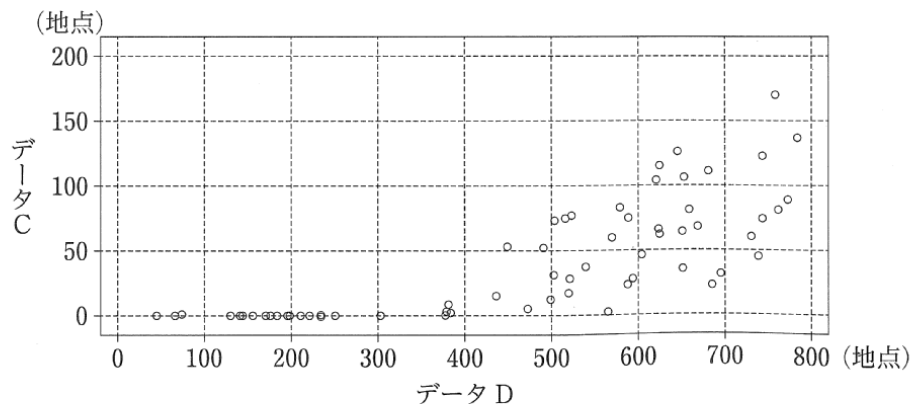
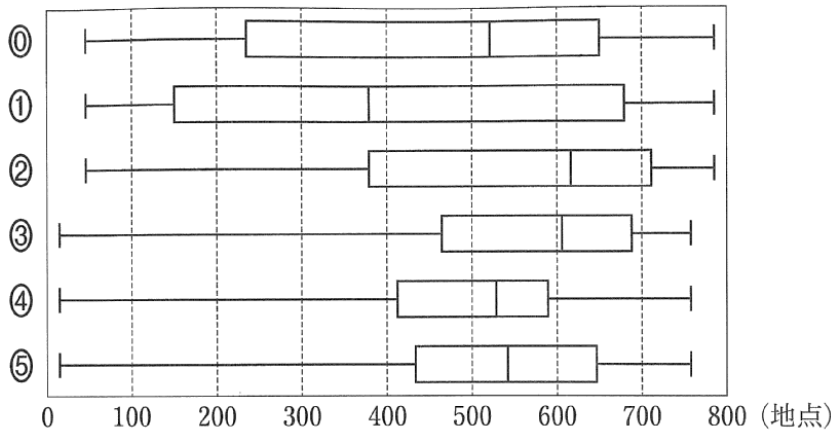


図 3 2012 年の 7 月と 8 月における真夏日と猛暑日の地点数の散布図
(出典：気象庁の Web ページにより作成)

(数学 I・数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

- (i) 次の①～⑤の箱ひげ図のうち、データ B の箱ひげ図として最も適当なものは であり、データ D の箱ひげ図として最も適当なものは である。



外れ値を

「(第1四分位数) - 1.5 × (四分位範囲)」以下のすべての数

「(第3四分位数) + 1.5 × (四分位範囲)」以上のすべての数

とする。

データ B には外れ値が 。データ D には外れ値が .

, の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | |
|--------|---------|
| ① 存在する | ② 存在しない |
|--------|---------|

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

(ii) 図2と図3から読み取れることとして、次の①～③のうち正しいものは ト ナ である。ただし、猛暑日と真夏日はともにその年の7月と8月のものである。

ト, ナ の解答群(解答の順序は問わない。)

- ① 2012年の真夏日が700地点以上である日数は、2018年の真夏日が700地点以上である日数より少ない。
- ② 2012年の猛暑日の地点数が最大である日の真夏日の地点数は、2018年の猛暑日の地点数が最大である日の真夏日の地点数より多い。
- ③ 2012年と2018年のうち、真夏日の地点数が500を超えた日が31日以上あるのは2018年だけである。
- ④ 2018年において、猛暑日の地点数が、2012年における猛暑日の地点数の最大値を超えた日は10日以上ある。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(iii) 図4は図2を再掲したものであり、2018年の7月と8月における真夏日と猛暑日の地点数の散布図である。

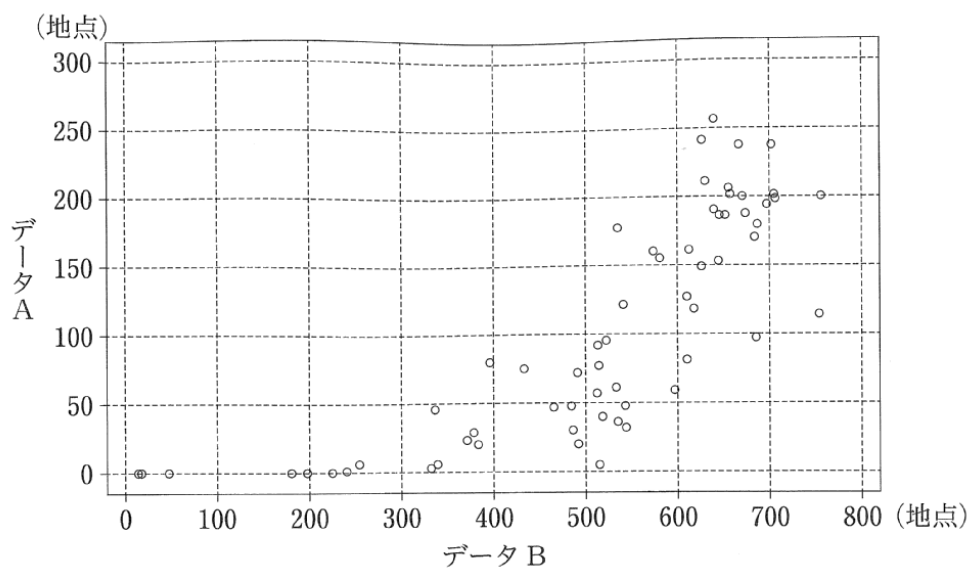


図4 2018年の7月と8月における真夏日と猛暑日の地点数の散布図
(出典：気象庁の Web ページにより作成)

(数学 I ・数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

図4において、データ B の値が小さい方から六つの点については、データ A の値はすべて 0 である。以下、この六つの点が表すデータについてのみ考えるものとする。

このとき、データ A の平均値は 0 であり、次の五つの値

データ A の偏差の総和,	データ B の偏差の総和
データ A の標準偏差,	データ B の標準偏差
データ A とデータ B の共分散	

のうち、0 であるものは 個である。ただし、データ A とデータ B の共分散は、データ A の偏差とデータ B の偏差の積の平均値である。

また、データ A とデータ B の相関係数は 。

の解答群

- ① 0 である
- ② 1 である
- ③ -1 である
- ④ 求めることができない

(数学 I ・数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

[3] 以下ではジャンケンとは

- 2人で対戦する
- 勝敗が決まるまで行う

として考える。

太郎さんが友人一人ずつとジャンケンをしたところ、12人とジャンケンをして3勝9敗であった。

そこで太郎さんは

仮説 A：太郎はジャンケンが弱い

という仮説を立てた。

12人とジャンケンをして3勝の場合「ジャンケンが弱い」と判断できるのであれば、2勝以下の場合も「ジャンケンが弱い」と判断できるから、この場合は

事象 E ：12回ジャンケンをして3勝以下である

が起きたと見なすことにする。仮説 A に反する仮説として

仮説 B：太郎が1回のジャンケンで勝つ確率は $\frac{1}{2}$ である

を考えることにした。

(数学 I・数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

花子さんは表と裏が確率 $\frac{1}{2}$ ずつで出ることが確かめられている硬貨 12 枚を投げた実験をすでに 1000 回行って、表が出た枚数ごとの回数は次の表のようになった。

花子さんの実験結果

表の枚数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	計
回数	1	2	10	55	123	197	231	195	120	48	13	4	1	1000

花子さんの実験結果を用いると、仮説 B が成り立つと仮定したとき E が起こる

確率は $\frac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハヒフ}}}$ である。

確率 5% 未満の事象は「ほとんど起こり得ない」と見なすことにする。このとき、仮説 B は $\boxed{\text{ハ}}$ 。仮説 A は $\boxed{\text{ホ}}$ 。

$\boxed{\text{ハ}}$, $\boxed{\text{ホ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① 成り立つと判断できる
- ② 成り立たないと判断できる
- ③ 成り立つとも成り立たないと判断できない

第3問 (配点 20)

平面上にすべての内角の大きさが 120° 未満の $\triangle ABC$ があり、その内部に点 P をとる。このとき、三つの線分の長さの和 $AP+BP+CP$ が最小になる場合について考える。

構想

点 A を中心として、点 B と点 P を時計回りに 60° だけ回転した点を用いることにより、2 線分 AP, BP を別の線分に置き換えて考える。

$\triangle ABC$ を含む平面上において、点 A を中心として 2 点 B, P を時計回りに 60° だけ回転した点をそれぞれ B', P' とする。

(1) 点 P の位置に関係なく

$$AP = AP' = \boxed{\text{ア}}, \quad BP = \boxed{\text{イ}}$$

が成り立つから、 $AP+BP+CP$ の最小値は線分 $\boxed{\text{ウ}}$ の長さと同じことがわかる。

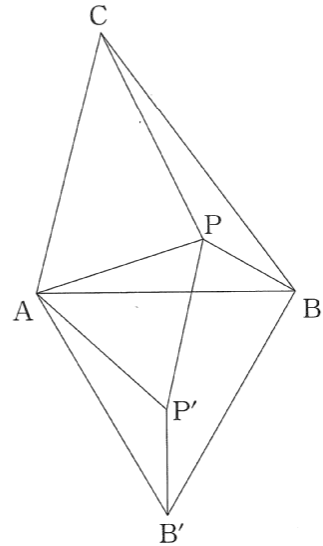
また、 $AP+BP+CP$ が最小になるとき

$$\angle APB = \boxed{\text{エオカ}}^\circ$$

である。

$\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{ウ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | | |
|---------|---------|---------|----------|
| ① CA | ② PC | ③ BP' | ④ CP' |
| ⑤ PP' | ⑥ AB' | ⑦ CB' | ⑧ $B'P'$ |



(数学 I・数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

(2) $AB=2$, $BC=\sqrt{3}$, $CA=1$ とする。

このとき

$$\angle CBB' = \boxed{\text{キク}}^\circ$$

であり、三つの線分の長さの和 $AP+BP+CP$ の最小値は $\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

$AP+BP+CP$ が最小になるときの点 P を Q とし、 $\triangle AB'B$ の外接円の中心を O とする。

$$\angle OAC = \boxed{\text{コサ}}^\circ$$

であり

$$CQ = \frac{\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

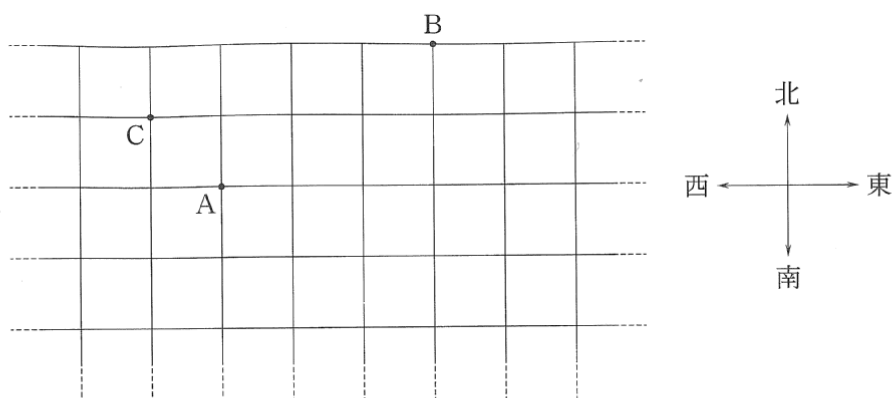
さらに、直線 AQ と辺 BC の交点を D とすると

$$\frac{CD}{BD} = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

第4問 (配点 20)

下の図は、ある町の街路図の一部である。



ある人が、点 A から出発し、1 回の移動で一つ隣の点に移動することを繰り返す。ただし、一度通った道を二度以上通ったり、直前に通った道を引き返したりしてもよいとする。

- (1) 点 A を出発し、5 回の移動後に点 B にいる移動の仕方について考える。この場合、北方向への移動を 2 回、東方向への移動を 3 回行うので、このような移動の仕方は **アイ** 通りである。

(数学 I ・数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

(2) 点 A を出発し、7 回の移動後に点 B にいる移動の仕方について考える。

点 C を通るような移動の仕方は **ウエ** 通りである。

太郎：点 A から点 B まで最短で移動しようとする、北方向への移動が 2 回、東方向への移動が 3 回必要だから、2 回だけ余分に移動しないといけな
いね。

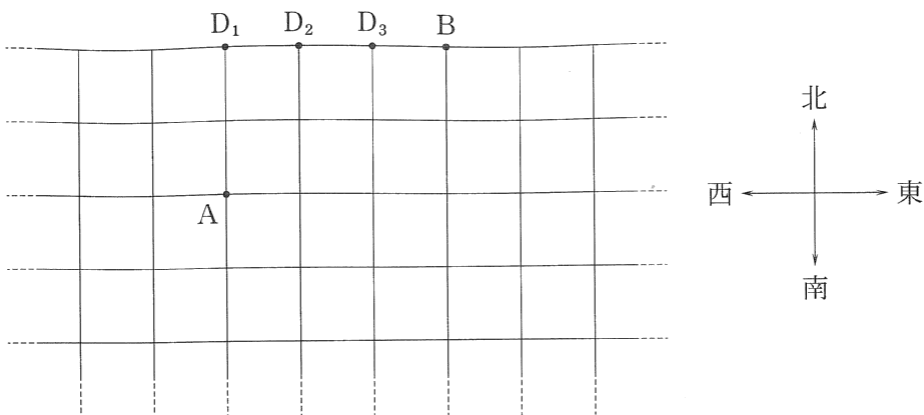
花子：「北方向への移動を 2 回、西方向への移動を 1 回、東方向への移動を 4 回
行う場合」と、「北方向への移動を 3 回、南方向への移動を 1 回、東方向
への移動を 3 回行う場合」があるね。それぞれの場合において、何回目に
どの方向へ移動するかを考えればよさそうだよ。

太郎：ちょっと待って！この街路の形に注意すると、北方向への移動を 3 回行
うためには、3 回目の北方向への移動までに 1 回は南方向への移動をし
ておかないといけないよ。

北方向への移動を 2 回、西方向への移動を 1 回、東方向への移動を 4 回行うよう
な移動の仕方は **オカキ** 通りである。また、北方向への移動を 3 回、南方向への
移動を 1 回、東方向への移動を 3 回行うような移動の仕方は **クケコ** 通りである。

(数学 I ・数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

下の図は、95 ページの街路図にいくつかの修正を加えて再掲したものである。



ある人が、点 A から出発し、次の規則に従って隣の点に移動することを繰り返す。

- **東**, **西**, **南**, **北** の 4 枚のカードから無作為に 1 枚を引き、引いたカードに書かれていた文字に応じて上図の東、西、南、北の矢印の方向の隣の点に移動する。ただし、一度通った道を二度以上通ったり、直前に通った道を引き返したりしてもよいとする。
- 引いたカードに書かれていた文字の方向に道がない場合は、その点にとどまる。その点にとどまることを **Stay** と表す。
- 引いたカードに応じて隣の点に移動する、または、その点にとどまることを 1 回の試行とし、この試行を繰り返す。

(数学 I ・数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

(3) 点 A を出発し、4 回の試行を行うとする。

Stay が 2 回起こる確率は $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シスセ}}}$ である。

$\boxed{\text{北}}$ を 3 回、 $\boxed{\text{南}}$ を 1 回引き、Stay が 1 回起こる確率は $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{シスセ}}}$ である。

Stay が起こる回数の期待値は $\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{シスセ}}}$ である。

(4) 点 A を出発し、5 回の試行後に点 B にいる確率は $\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}_2}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

- (5) 点 A を出発し、7回の試行後に、7回のうちちょうど2回だけ Stay が起きて点 B にいる確率について考える。

花子：7回の試行のうち2回 Stay が起こるから、残りの5回の試行で点 B まで移動するには…、北方向への移動を2回、東方向への移動を3回行うことになるね。

太郎：その場合、Stay が起こる可能性があるのは、図の点 D_1 , D_2 , D_3 , B のいずれかの点にいるときになるけど、上手く考えないと重複が発生してしまいそうだね。

花子： D_1 を通るとき、 D_1 を通らずに D_2 を通るとき…、のように場合を分けて考えるとよさそうだよ。

点 D_1 を通り、7回のうちちょうど2回だけ Stay が起きて点 B にいる確率は

$\frac{\boxed{\text{ト}}}{2^{\boxed{\text{ナニ}}}}$ である。また、点 D_1 を通らずに点 D_2 を通り、7回のうちちょうど2回だ

け Stay が起きて点 B にいる確率は $\frac{\boxed{\text{又}}}{2^{\boxed{\text{ネノ}}}}$ である。

- (6) 点 A を出発し、7回の試行後に点 B にいるとき、Stay が1回も起きていない条

件付き確率は $\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ である。

(100点満点)

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第1問	ア-√イウ	$4-\sqrt{15}$	2	
	エ	1	1	
	オカ	-1	1	
	キ	2	2	
	ク√ケ	$9\sqrt{6}$	2	
	コサシ√スセ	$-55\sqrt{10}$	2	
	$\frac{ソタ}{チ}$	$-\frac{1}{7}$	2	
	ツ	1	2	
	テト	35	2	
	ナニ	74	2	
	ヌ, ネ	7, 5	3	
	ノハ	60	2	
	ヒ	7	2	
	$\frac{フ}{ヘ}$	$\frac{5}{3}$	2	
ホ	2	3		
第1問 自己採点小計			(30)	

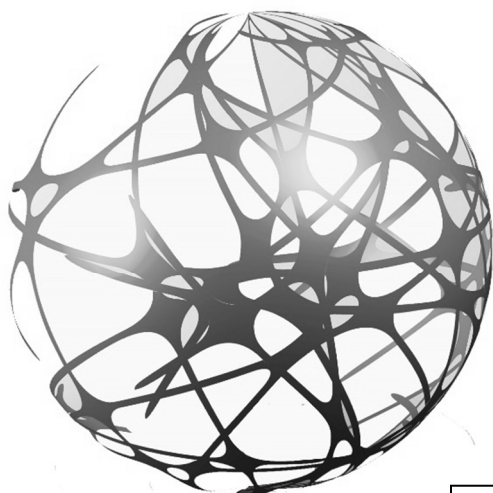
問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第2問	ア	1	1	
	イウ	35	2	
	エ	1	2	
	オカ	30	2	
	キク	48	1	
	ケコ	64	1	
	サ	2	2	
	シ	2	2	
	ス	3	2	
	セ	1	1	
	ソ	1	1	
	タ	5	1	
	チ	0	2	
	ツ	0	1	
	テ	1	1	
	ト, ナ	1, 3 (解答の順序は問わない)	2 (各1)	
	ニ	4	2	
	ヌ	3	2	
	$\frac{ネノ}{ハヒフ}$	$\frac{17}{250}$	1	
	ヘ, ホ	2, 2	1	
第2問 自己採点小計			(30)	

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第3問	ア	4	2	
	イ	7	2	
	ウ	6	2	
	エオカ	120	2	
	キク	90	2	
	$\sqrt{ケ}$	$\sqrt{7}$	3	
	コサ	90	2	
	$\frac{\sqrt{シ}}{ス}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$	2	
	$\frac{セ}{ソ}$	$\frac{1}{4}$	3	
第3問 自己採点小計			(20)	
第4問	アイ	10	2	
	ウエ	10	2	
	オカキ	105	2	
	クケコ	105	2	
	$\frac{サ}{シスセ}$	$\frac{1}{256}$	1	
	ソ	1	2	
	タチ	11	1	
	$\frac{ツ}{2^7}$	$\frac{5}{2^9}$	2	
	$\frac{ト}{2^{7=}}$	$\frac{5}{2^{13}}$	2	
	$\frac{ヌ}{2^{3/}}$	$\frac{3}{2^{12}}$	2	
	$\frac{ハ}{ヒ}$	$\frac{6}{7}$	2	
第4問 自己採点小計			(20)	
自己採点合計			(100)	



Mathematics 数学

Forward 将来に
individual 個人
training 訓練



名 前