実戦演習

高３　数学ⅡBC　第**6**回

Mathematics　数学

第１問 （必答問題） （配点　15）

関数 $f(\theta)=4\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta-4\cos^2\theta+3$ について考える。

2 倍角の公式

$$\sin 2\theta=\boxed{\text{ア}}\sin\theta\cos\theta$$

$$\cos 2\theta=\boxed{\text{イ}}\cos^2\theta-\boxed{\text{ウ}}$$

を変形すると

$$\sin\theta\cos\theta=\frac{\sin 2\theta}{\boxed{\text{ア}}}$$

$$\cos^2\theta=\frac{\boxed{\text{ウ}}+\cos 2\theta}{\boxed{\text{イ}}}$$

となるから，$f(\theta)$ を $\sin 2\theta$，$\cos 2\theta$ を用いて表すと

$$f(\theta)=\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}\sin 2\theta-\boxed{\text{カ}}\cos 2\theta+\boxed{\text{キ}}$$

となる。さらに，三角関数の合成を用いると

$$f(\theta)=\boxed{\text{ク}}\sin\left(2\theta-\frac{\pi}{\boxed{\text{ケ}}}\right)+\boxed{\text{キ}}$$

と変形できる。

（数学Ⅱ，数学B，数学C 第１問は次ページに続く。）

(1) θ が $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき，$f(\theta)$ の最大値は $\boxed{\text{コ}}$ であり，最小値は $\boxed{\text{サシ}}$ である。

(2) k を実数の定数とする。

$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で，$f(\theta)=k$ を満たす θ がちょうど2個存在するような k の値の範囲は

$$\boxed{\text{ス}} \leqq k < \boxed{\text{セ}}$$

である。

第2問 （必答問題） （配点　15）

2種類の食材A，Bの100 g当たりの栄養素含有量は次の表の通りである。ただし，aは正の定数とする。

	糖　質	たんぱく質	脂　質	ミネラル
食材A	15 g	5 g	3 g	a g
食材B	10 g	10 g	3 g	0.4 g

次の**条件**を満たすように食材Aと食材Bを摂取し，かつ，これらの食材中の脂質やミネラルの含有量の合計を最小にすることを考える。

条件

（条件1）　糖質の含有量の合計は40 g以上とする。

（条件2）　たんぱく質の含有量の合計は20 g以上とする。

以下，食材A，Bの摂取量をそれぞれ$100x$ (g)，$100y$ (g)（$x \geqq 0$，$y \geqq 0$）とする。

（数学Ⅱ，数学B，数学C 第2問は次ページに続く。）

(1) $x=y=2$ のときを考える。

食材A，Bの1g当たりの糖質の含有量は，それぞれ $\frac{15}{100}$ g，$\frac{10}{100}$ g であるから，食材A，B中の糖質の含有量の合計は $\boxed{\text{アイ}}$ g である。

また，食材A，B中のたんぱく質の含有量の合計は $\boxed{\text{ウエ}}$ g である。

(2) （条件1）と同値な条件を表す不等式は $\boxed{\text{オ}}$ であり，（条件2）と同値な条件を表す不等式は $\boxed{\text{カ}}$ である。

また，食材A，B中の脂質の含有量の合計は $\boxed{\text{キ}}$ (g) と表される。

$\boxed{\text{オ}}$ の解答群

⓪ $3x+2y \geqq 4$	① $3x+2y \leqq 4$	② $3x+2y \geqq 8$	③ $3x+2y \leqq 8$

$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

⓪ $x+2y \geqq 2$	① $x+2y \leqq 2$	② $x+2y \geqq 4$	③ $x+2y \leqq 4$

$\boxed{\text{キ}}$ の解答群

⓪ $3x+3y$	① $\frac{3x}{100}+\frac{3y}{100}$	② $9xy$	③ $\frac{9xy}{10000}$

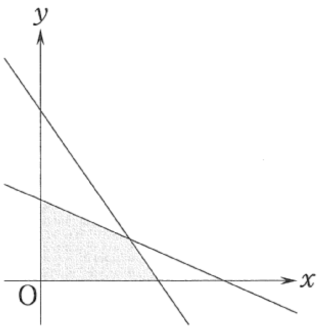
（数学Ⅱ，数学B，数学C 第2問は次ページに続く。）

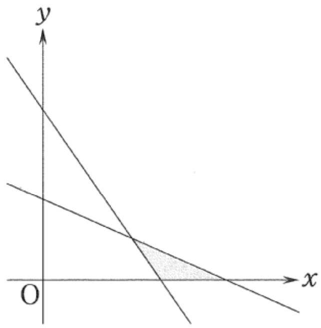
(3) 連立不等式

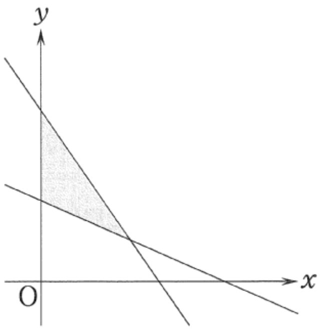
$$\begin{cases} \boxed{\text{オ}} \\ \boxed{\text{カ}} \\ x \geqq 0 \\ y \geqq 0 \end{cases}$$

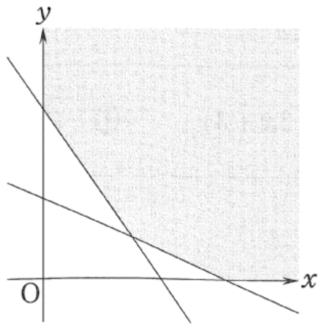
が表す領域を座標平面上に図示すると，次の図 $\boxed{\text{ク}}$ の影をつけた部分となる。ただし，境界線を含む。

$\boxed{\text{ク}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪


①


②


③


(数学Ⅱ，数学B，数学C 第2問は次ページに続く。)

(4) (条件 1), (条件 2) を満たすように食材 A, B を摂取するとき, これらの食材中の脂質の含有量の合計が最小となるのは, $x = \boxed{\text{ケ}}$, $y = \boxed{\text{コ}}$ のときであり, そのときの脂質の含有量の合計は $\boxed{\text{サ}}$ g である。

また, (条件 1), (条件 2) を満たすように食材 A, B を摂取するとき, これらの食材中のミネラルの含有量の合計が $x = \boxed{\text{ケ}}$, $y = \boxed{\text{コ}}$ のときに最小となるような a の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \leqq a \leqq \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

第3問 (必答問題) (配点　22)

〔1〕 p を0でない実数とし，$f(x)=px^3+(p+1)x^2-5x+1$ とおく。関数 $f(x)$ は次の**条件**(★)を満たすとする。

> **条件**(★)
>
> $f(x)$ は $x<1$ の範囲で極大値をもち，$1<x<2$ の範囲で極小値をもつ。

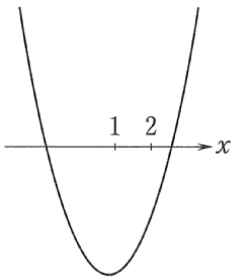
$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x)=\boxed{\text{ア}}px^2+\boxed{\text{イ}}(p+1)x-\boxed{\text{ウ}}$$

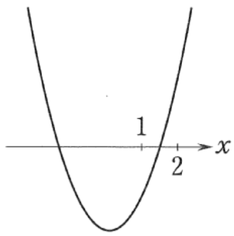
であり，$y=f'(x)$ のグラフの概形は $\boxed{\text{エ}}$ である。

$\boxed{\text{エ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。なお，y 軸は省略しているが，上方向が y 軸の正の方向である。

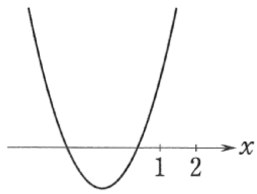
⓪



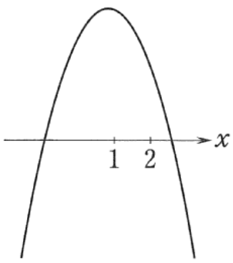
①



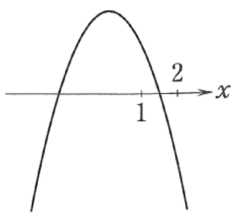
②



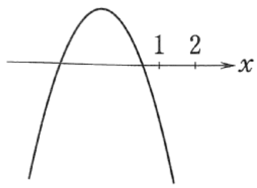
③



④



⑤



(数学Ⅱ，数学B，数学C 第3問は次ページに続く。)

したがって，**条件**(★)は

$$p\ \boxed{\text{オ}}\ 0 \quad \text{かつ} \quad f'(1)\ \boxed{\text{カ}}\ 0 \quad \text{かつ} \quad f'(2)\ \boxed{\text{キ}}\ 0$$

と同値である。よって，関数 $f(x)$ が**条件**(★)を満たすような p の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}} < p < \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

$\boxed{\text{オ}}$ ～ $\boxed{\text{キ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ $<$	① $=$	② $>$

(**数学Ⅱ，数学B，数学C 第3問は次ページに続く。**)

〔2〕 2次関数 $g(x)$ は，すべての実数 x に対して

$$g(x)=3x^2+4x\int_0^1 g(t)\,dt$$

を満たすとする。太郎さんと花子さんは，$g(x)$ について話をしている。

太郎：$g(x)$ がわからないと $\int_0^1 g(t)\,dt$ が計算できないね。

花子：$\int_0^1 g(t)\,dt$ は定数だから，k とおいてみたらどうかな。

$\int_0^1 g(t)\,dt=k$（k は定数）とおくと，$g(x)=3x^2+4kx$ であり，k は

$$\int_0^1 (3t^2+4kt)\,dt=k$$

を満たす。これより $k=\boxed{\text{スセ}}$ を得るから，$g(x)$ が求まる。

a は定数とする。放物線 $y=g(x)$ と直線 $y=x+a$ が2点で交わり，その交点の x 座標を α，β（$\alpha<\beta$）とする。$y=g(x)$，$y=x+a$ で囲まれた部分の面積を S とすると，S は α，β を用いて

$S=\boxed{\text{ソ}}$

と表される。

$\boxed{\text{ソ}}$ の解答群

⓪ $\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$	① $-\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$	② $\frac{1}{3}(\beta-\alpha)^3$
③ $-\frac{1}{3}(\beta-\alpha)^3$	④ $\frac{1}{2}(\beta-\alpha)^3$	⑤ $-\frac{1}{2}(\beta-\alpha)^3$

$S=\frac{1}{2}$ となるとき，$a=\dfrac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

第４問 (選択問題) (配点　16)

N は4以上の自然数とする。縦 N 個，横 N 個の合計 N^2 個のマス目のそれぞれに，次の**規則**に従って数が入っている。図1には，その一部分が書かれている。

規則

- 1列目(影の部分)のマス目に入っている数は上から順に，初項が2，公差が2の等差数列になっている。
- k 行目のマス目に入っている数は左から順に，公比が3の等比数列になっている。($k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots N$)

ただし，マス目の横の並びを行といい，縦の並びを列という。

以下では，k 行目 n 列目のマス目に入っている数を $\langle k,\ n\rangle$ と表す。例えば，$\langle 2,\ 1\rangle=4$ である。

	1列目	2列目	3列目		n 列目		N 列目
1行目	2	6	18	$\cdots$	$\langle 1,\ n\rangle$		
2行目	4	12	36	$\cdots$			
3行目	6	18	54	$\cdots$			
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$			
k 行目	$\langle k,\ 1\rangle$				$\langle k,\ n\rangle$		
N 行目							

図1

(数学Ⅱ，数学B，数学C 第4問は次ページに続く。)

(1)　4 行目のマス目に入っている数は左から順に，公比が 3 の等比数列になっているから

$$\langle 4,\ n\rangle = \boxed{\text{ア}}\cdot 3^{\boxed{\text{イ}}} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ N)$$

が成り立つ。

4 行目のマス目に入っている N 個の数の和

$$\sum_{n=1}^{N}\langle 4,\ n\rangle = \langle 4,\ 1\rangle + \langle 4,\ 2\rangle + \langle 4,\ 3\rangle + \cdots + \langle 4,\ N\rangle$$

は，初項が $\langle 4,\ 1\rangle$，公比が 3，項数が N の等比数列の和であるから

$$\sum_{n=1}^{N}\langle 4,\ n\rangle = \boxed{\text{ウ}}\left(\boxed{\text{エ}}^{N} - \boxed{\text{オ}}\right)$$

である。

$\boxed{\text{イ}}$ の解答群

⓪ $n-1$	① n	② $n+1$	③ $n+2$

（数学Ⅱ，数学B，数学C 第 4 問は次ページに続く。）

(2) $n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ N$ に対して，n 列目のマス目に入っている N 個の数の和を S_n とおく。すなわち

$$S_n=\langle 1,\ n\rangle+\langle 2,\ n\rangle+\langle 3,\ n\rangle+\cdots+\langle N,\ n\rangle \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ N)$$

である。

太郎さんと花子さんは S_n を n と N の式で表すことについて話をしている。

太郎：$\langle k,\ n\rangle$ を k と n の式で表せば，S_n の式を求められそうだね。 花子：S_n と S_{n+1} の関係に着目することでも求められそうだよ。

(i) 太郎さんの求め方について考えてみよう。

$$\langle k,\ 1\rangle=\boxed{\text{カ}} \quad (k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ N)$$

であり，k 行目のマス目に入っている数は左から順に，公比が3の等比数列になっているから

$$\langle k,\ n\rangle=\boxed{\text{キ}} \quad (k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ N,\quad n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ N)$$

である。

したがって

$$S_n=\sum_{k=1}^{N}\langle k,\ n\rangle \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ N)$$

すなわち

$$S_n=\sum_{k=1}^{N}\boxed{\text{キ}} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ N)$$

である。

$\boxed{\text{カ}}$，$\boxed{\text{キ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ k	① $2k$	② $2k+2$
③ $k\cdot 3^{n-1}$	④ $2k\cdot 3^{n-1}$	⑤ $(2k+2)\cdot 3^{n-1}$
⑥ $k\cdot 3^{n}$	⑦ $2k\cdot 3^{n}$	⑧ $(2k+2)\cdot 3^{n}$

(数学Ⅱ，数学B，数学C 第4問は次ページに続く。)

(ii) 花子さんの求め方について考えてみよう。

S_1 は，1 列目(影の部分)のマス目に入っている N 個の数の和であるから

$$S_1 = \boxed{\boxed{\text{ク}}}$$

である。また

$$\langle k,\ n+1 \rangle = \boxed{\text{ケ}} \cdot \langle k,\ n \rangle$$

$$(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ N,\quad n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ N-1)$$

であるから

$$S_{n+1} = \boxed{\text{コ}}\, S_n \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ N-1)$$

が成り立つ。これらのことから S_n の式を求めることができる。

$\boxed{\boxed{\text{ク}}}$ の解答群

⓪ $\frac{1}{2}N(N+1)$	① $N(N+1)$	② $\frac{1}{2}N(N+3)$	③ $N(N+3)$
④ $\frac{1}{2}N^2$	⑤ N^2	⑥ $2N^2$	⑦ $\frac{1}{2}(N+1)^2$

(iii) (i) または (ii) の考え方を用いることにより，S_n を n と N の式で表すと

$$S_n = N\left(N + \boxed{\text{サ}}\right) \cdot \boxed{\text{シ}}^{\boxed{\text{ス}}} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ N)$$

となる。

$\boxed{\boxed{\text{ス}}}$ の解答群

⓪ $n-1$	① n	② $n+1$	③ $n+2$

(数学Ⅱ，数学B，数学C 第 4 問は次ページに続く。)

(3) 図1の左上から右下に向かう対角線上にある N 個のマス目に入っている数の和

$$\langle 1,\ 1\rangle + \langle 2,\ 2\rangle + \langle 3,\ 3\rangle + \cdots + \langle N,\ N\rangle$$

を T とおく。すなわち

$$T = \sum_{k=1}^{N} \langle k,\ k\rangle$$

である。$T-3T$ を計算することにより

$$T = \frac{\left(\boxed{\text{セ}}\,N - \boxed{\text{ソ}}\right)\cdot \boxed{\text{タ}}^{N} + 1}{\boxed{\text{チ}}}$$

となる。

第5問 (選択問題) (配点 16)

〔1〕 袋の中に1と書かれた球，2と書かれた球，4と書かれた球の合計3個の球が入っている。この袋から1個の球を取り出すとき，取り出した球に書かれた数を表す確率変数を X とし，袋に残った2個の球に書かれた数の和を表す確率変数を Y とする。

X の平均(期待値)，X^2 の平均はそれぞれ

$$E(X)=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\quad E(X^2)=\boxed{\text{ウ}}$$

であるから，X の分散は

$$V(X)=\frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

また，$Y=\boxed{\text{キ}}-X$ であることから，Y の分散，XY の平均はそれぞれ

$$V(Y)=\frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}},\quad E(XY)=\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

(数学Ⅱ，数学B，数学C 第5問は次ページに続く。)

〔2〕 以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて 69 ページの正規分布表を用いてもよい。

(1) ある工場では，電球を大量に作っており，電球の寿命は，平均 1000 時間，標準偏差 20 時間の正規分布に従うことがわかっている。

電球の寿命(単位は時間)を表す確率変数を W とし，$Z = \dfrac{W - 1000}{20}$ とすると，Z は正規分布 $N\left(\boxed{\text{セ}},\ \boxed{\text{ソ}}\right)$ に従う。

したがって，寿命が 1030 時間以上である電球の割合は 0.$\boxed{\text{タチ}}$ である。

(数学Ⅱ，数学B，数学C 第5問は次ページに続く。)

(2) (1)の工場で，生産ラインが改善されたため，新しい生産ラインを使って試験的に 50 個の電球を作ったが，1 個割れてしまった。

残りの 49 個を，今後作る大量の電球の無作為標本とみなして，新しい生産ラインで作る電球の寿命(単位は時間)の母平均 m を推定する。

49 個の電球の寿命の平均は 1020 時間であり，標準偏差は 20 時間であった。ただし，電球の寿命の母標準偏差は標本標準偏差と等しいとしてよい。

m の信頼度 95% の信頼区間を $C \leqq m \leqq D$ とするとき，

$\dfrac{C+D}{2} = \boxed{\text{ツテトナ}}$ であり，信頼区間の幅 $D - C$ は $\boxed{\text{ニヌ}}.\boxed{\text{ネ}}$ である。

さらに多くの電球を作ったときの，m の信頼度 95% の信頼区間 $C' \leqq m \leqq D'$ について，信頼区間の幅 $D' - C'$ が 7 以下となるような，標本の大きさの最小値は $\boxed{\text{ノ}}$ である。ただし，電球の寿命の母標準偏差は 20 時間としてよいとする。

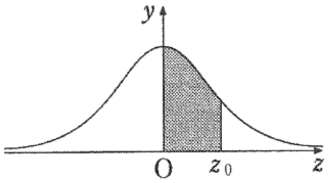
$\boxed{\text{ノ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ 78	① 94	② 110
③ 126	④ 142	⑤ 158

(数学Ⅱ，数学B，数学C 第 5 問は次ページに続く。)

正 規 分 布 表

次の表は，標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

第６問　（選択問題）（配点　16）

Oを原点とする座標空間に３点 A(1, 0, 2)，B(2, 1, −1)，C(2, 6, 4) がある。

$$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}| = \sqrt{\boxed{\text{ア}}},\quad |\overrightarrow{\mathrm{OB}}| = \sqrt{\boxed{\text{イ}}},\quad \overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \boxed{\text{ウ}}$$

であるから，三角形OABの面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

点Cを通り平面OABに垂直な直線と，平面OABの交点Hの座標を求めよう。

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の両方に垂直であるベクトルを $\vec{n} = (\ell,\ m,\ 1)$ とすると

$$\vec{n}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{n}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \boxed{\text{キ}}$$

が成り立つから

$$\ell = \boxed{\text{クケ}},\quad m = \boxed{\text{コ}}$$

である。

点Hは，点Cを通り $\vec{n}$ に平行な直線上にあるから，実数 t を用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = \overrightarrow{\mathrm{OC}} + t\vec{n} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

と表せる。また，点Hは平面OAB上にあるから，実数 α，β を用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = \alpha\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \beta\overrightarrow{\mathrm{OB}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

と表せる。①と②の各成分が一致することから，点Hの座標は

$$\left(\boxed{\text{サ}},\ \boxed{\text{シ}},\ \boxed{\text{ス}}\right)$$

である。

（数学Ⅱ，数学B，数学C 第６問は次ページに続く。）

$\left|\overrightarrow{\mathrm{CH}}\right| = \sqrt{\boxed{\text{セソ}}}$ であるから，四面体 OABC の体積を V とすると，$V = \boxed{\text{タ}}$ である。

P を，直線 OC 上の O とは異なる点とする。四面体 OABP の体積が $\dfrac{V}{2}$ となるような点 P は二つ存在する。

それらの座標は

$$\left(\boxed{\text{チ}},\ \boxed{\text{ツ}},\ \boxed{\text{テ}}\right) \quad \text{と} \quad \left(\boxed{\text{トナ}},\ \boxed{\text{ニヌ}},\ \boxed{\text{ネノ}}\right)$$

である。

第７問 （選択問題） （配点　16）

i は虚数単位とする。O を原点とする複素数平面上において

$$5x^2-2\sqrt{3}\,xy+3y^2-6=0$$

を満たす点 $x+yi$ 全体の表す曲線を C_1 とし，曲線 C_1 を原点を中心として $\frac{\pi}{6}$ だけ回転させた曲線を C_2 とする。

C_1 上の点 $x+yi$ を原点を中心として $\frac{\pi}{6}$ だけ回転した点を $X+Yi$ とすると

$$x+yi=\left(\boxed{\text{ア}}\right)(X+Yi)$$

であるから，x，y を X，Y を用いて表すと

$$x=\boxed{\text{イ}},\quad y=\boxed{\text{ウ}}$$

である。

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

⓪ $\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}$　　① $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

② $\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}$　　③ $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $\dfrac{X+\sqrt{3}\,Y}{2}$　　① $\dfrac{\sqrt{3}\,X+Y}{2}$　　② $\dfrac{-X+\sqrt{3}\,Y}{2}$

③ $\dfrac{-\sqrt{3}\,X+Y}{2}$　　④ $\dfrac{X-\sqrt{3}\,Y}{2}$　　⑤ $\dfrac{\sqrt{3}\,X-Y}{2}$

（数学Ⅱ，数学B，数学C 第７問は次ページに続く。）

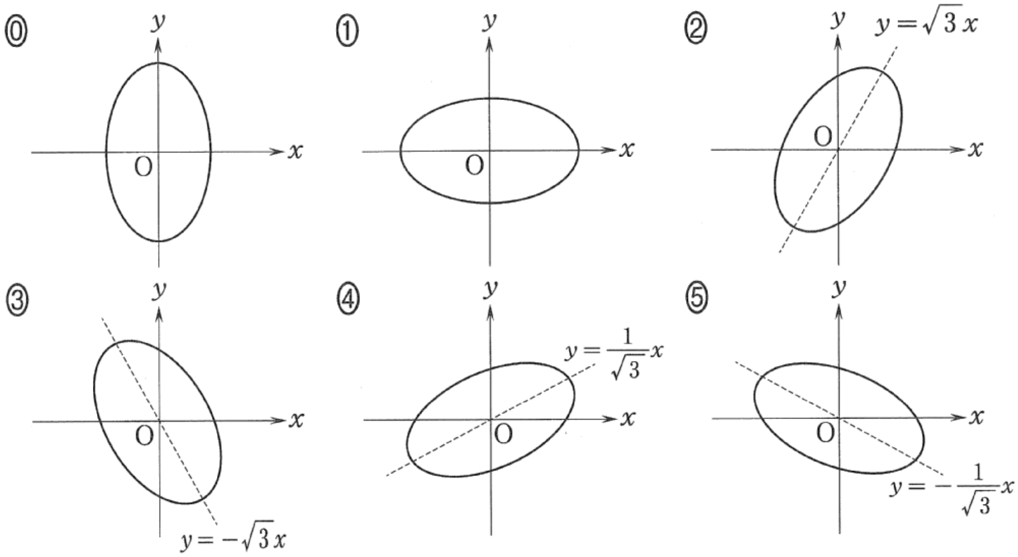
したがって，C_2 上の点を $X+Yi$ とすると，X，Y は

$$\boxed{\text{エ}}\,X^2+Y^2=\boxed{\text{オ}}$$

を満たす。

これより，C_1 の概形は $\boxed{\text{カ}}$ である。

$\boxed{\text{カ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。



C_1 上の $x \geqq 0$，$y \geqq 0$ を満たす点で，原点からの距離が最大となる点をＰとすると，Ｐを表す複素数は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}+\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}i$ である。

（100点満点）

問題番号	解答記号	正　解	配点	自己採点
第1問	ア	2	1	
	イ，ウ	2，1	1	
	エ$\sqrt{オ}$，カ，キ	$2\sqrt{3}$，2，1	2	
	ク	4	2	
	ケ	6	2	
	コ	5	2	
	サシ	−1	2	
	ス，セ	3，5	3	
		第1問　自己採点小計	(15)	
第2問	アイ	50	1	
	ウエ	30	1	
	オ	2	2	
	カ	2	2	
	キ	0	2	
	ク	3	2	
	ケ	2	1	
	コ	1	1	
	サ	9	1	
	$\frac{シ}{ス}$，$\frac{セ}{ソ}$	$\frac{1}{5}$，$\frac{3}{5}$	2	
		第2問　自己採点小計	(15)	

問題番号	解答記号	正　解	配点	自己採点
第3問	ア，イ，ウ	3，2，5	2	
	エ	1	2	
	オ	2	1	
	カ	0	2	
	キ	2	2	
	$\frac{ク}{ケコ}$，$\frac{サ}{シ}$	$\frac{1}{16}$，$\frac{3}{5}$	3	
	スセ	−1	3	
	ソ	4	3	
	$\frac{タチ}{ツ}$	$\frac{-4}{3}$	4	
		第3問　自己採点小計	(22)	
第4問	ア，イ	8，0	2	
	ウ(エ^N−オ)	$4(3^N-1)$	2	
	カ	1	2	
	キ	4	2	
	ク	1	2	
	ケ	3	1	
	コ	3	1	
	サ，シ，ス	1，3，0	2	
	$\frac{(セN-ソ)\cdot タ^N+1}{チ}$	$\frac{(2N-1)\cdot 3^N+1}{2}$	2	
		第4問　自己採点小計	(16)	

問題番号	解答記号	正　解	配点	自己採点
第5問	$\dfrac{ア}{イ}$	$\dfrac{7}{3}$	1	
	ウ	7	1	
	$\dfrac{エオ}{カ}$	$\dfrac{14}{9}$	1	
	キ	7	1	
	$\dfrac{クケ}{コ}$	$\dfrac{14}{9}$	1	
	$\dfrac{サシ}{ス}$	$\dfrac{28}{3}$	2	
	N(セ，ソ)	$N(0,\ 1)$	1	
	0.タチ	0.07	2	
	ツテトナ	1020	2	
	ニヌ.ネ	11.2	2	
	ノ	3	2	
		第5問　自己採点小計	(16)	

問題番号	解答記号	正　解	配点	自己採点
第6問	$\sqrt{ア}$	$\sqrt{5}$	1	
	$\sqrt{イ}$	$\sqrt{6}$	1	
	ウ	0	1	
	$\dfrac{\sqrt{エオ}}{カ}$	$\dfrac{\sqrt{30}}{2}$	2	
	キ	0	1	
	クケ，コ	−2，5	1	
	(サ，シ，ス)	(4，1，3)	2	
	$\sqrt{セソ}$	$\sqrt{30}$	1	
	タ	5	2	
	(チ，ツ，テ)	(1，3，2)	2	
	(トナ，ニヌ，ネノ)	(−1，−3，−2)	2	
		第6問　自己採点小計	(16)	

問題番号	解答記号	正　解	配点	自己採点
第7問	ア	1	3	
	イ	1	2	
	ウ	2	2	
	エ$X^2+Y^2=$オ	$3X^2+Y^2=3$	3	
	カ	2	3	
	$\dfrac{\sqrt{キ}}{ク}+\dfrac{ケ}{コ}i$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{3}{2}i$	3	
		第7問　自己採点小計	(16)	
		自己採点合計	(100)	

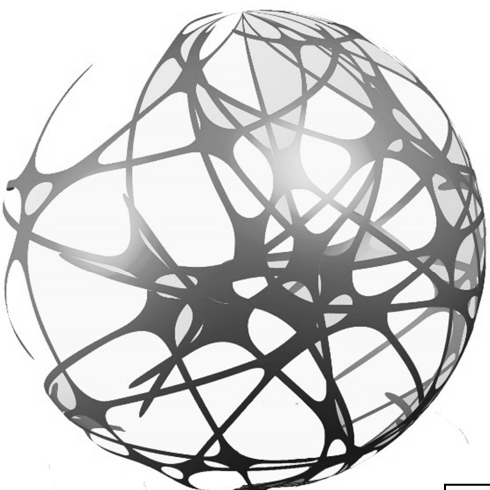
（注）　第1問～第3問は必答。第4問～第7問のうちから3問選択。計6問を解答。

＜MEMO＞

＜MEMO＞

Mathematics 数学

Forward 将来に
individual 個人
training 訓練



名　前