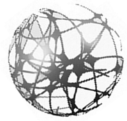
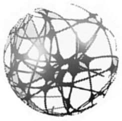
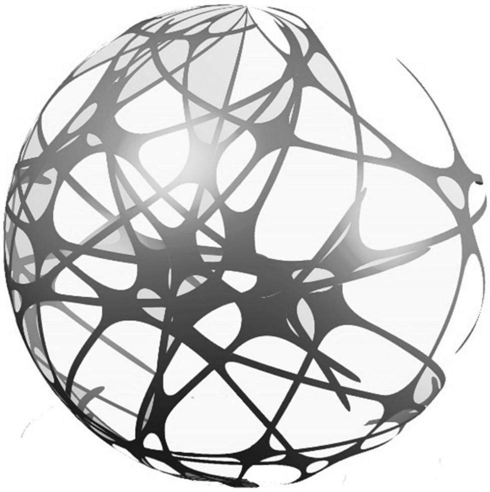
実戦演習

高３ 数学ＩＡ 第**5**回





Mathematics 数学



第１問　（配点　30）

［１］ a を実数とし，x の方程式

$$x^4-(3a-2)x^2+2a^2-4a=0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を考える。

$t=x^2$ とおくと，① は

$$\left(t-\boxed{\text{ア}}\,a\right)\left(t-a+\boxed{\text{イ}}\right)=0$$

と変形できる。

(1) $a=0$ のとき，① の実数解は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) $a=2$ のとき，① の実数解は $\boxed{\text{エオ}}$, $\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{キ}}$ である。ただし，$\boxed{\text{カ}}<\boxed{\text{キ}}$ とする。

(3) ① が異なる四つの実数解をもつような a の値の範囲は $\boxed{\text{ク}}$ である。

$\boxed{\text{ク}}$ の解答群

⓪ $a<0$	① $0<a<2$	② $2<a$

（数学Ⅰ・数学Ａ第１問は次ページに続く。）

(4) 「$a=1$」は，「x の方程式 ① が $\sqrt{2}$ を解にもつ」ための $\boxed{\text{ケ}}$。

$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群

⓪ 必要条件であるが，十分条件ではない
① 十分条件であるが，必要条件ではない
② 必要十分条件である
③ 必要条件でも十分条件でもない

（数学Ⅰ・数学A第１問は次ページに続く。）

〔2〕 以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて 60 ページの三角比の表を用いてもよい。

(1) 平面上に一辺の長さが a の正五角形 ABCDE がある。

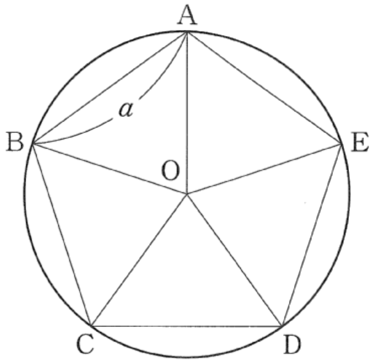


図 1

正五角形 ABCDE の外接円の中心を O とすると，△OAB，△OBC，△OCD，△ODE，△OEA はすべて合同であり

$\angle \mathrm{AOB} = \boxed{\text{コサ}}^\circ$，$\angle \mathrm{OAB} = \angle \mathrm{OBA} = \boxed{\text{シス}}^\circ$

である。

点 O から辺 AB に下ろした垂線と辺 AB との交点を M とすると

$\mathrm{OM} = \boxed{\text{セ}}$

であり，△OAB の面積は $\boxed{\text{ソ}}$ である。

したがって，正五角形 ABCDE の面積は $\boxed{\text{ソ}} \times 5$ である。

(数学 I ・数学A第 1 問は次ページに続く。)

$\boxed{\text{セ}}$ の解答群

⓪ $a\tan\boxed{\text{シス}}^\circ$ ① $\dfrac{a}{2}\tan\boxed{\text{シス}}^\circ$

② $\dfrac{a}{\tan\boxed{\text{シス}}^\circ}$ ③ $\dfrac{a}{2\tan\boxed{\text{シス}}^\circ}$

$\boxed{\text{ソ}}$ の解答群

⓪ $\dfrac{a^2}{2}\sin\boxed{\text{シス}}^\circ$ ① $\dfrac{a^2}{2\sin\boxed{\text{シス}}^\circ}$

② $\dfrac{a^2}{4}\tan\boxed{\text{シス}}^\circ$ ③ $\dfrac{a^2}{4\tan\boxed{\text{シス}}^\circ}$

（数学Ⅰ・数学A第１問は次ページに続く。）

(2) 太郎さんと花子さんは修学旅行で北海道函館市にある五稜郭を訪れている。

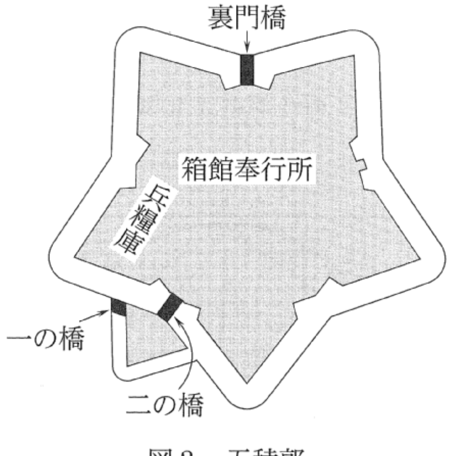
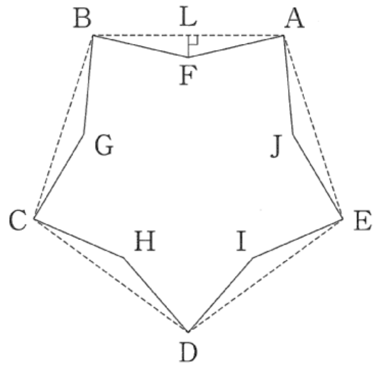


図2　五稜郭

太郎：五稜郭の敷地面積についてのレポートを考えないといけないね。

花子：まず，一の橋と二の橋の両方につながっている敷地は無視して考えるとして…。

太郎：正五角形の内部にある星形の面積と考えたらどうかな。図を描いてみるね。



（L は線分 AB 上の点で，$\angle \mathrm{ALF} = 90^\circ$ である）

図3

花子：堀があるから正五角形の一辺の長さは測れないね。

太郎：裏門橋があるから FL の長さは測れるよ。

花子：あとは $\angle \mathrm{AFL}$ の大きさを測ることができれば，五稜郭のおよその敷地面積が求められるね。

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

以下において，図3の五角形 ABCDE は正五角形であるとし，△FAB，△GBC，△HCD，△IDE，△JEA は合同な二等辺三角形であるとする。さらに，FL＝40，∠AFL＝75° とする。

(i) AB＝ $\boxed{\text{タチ}}$ × $\boxed{\text{ツ}}$ であるから，AB の長さはおよそ $\boxed{\text{テ}}$ である。

したがって，AB＝ $\boxed{\text{テ}}$ として計算すると，星形 AFBGCHDIEJ の面積はおよそ $\boxed{\text{ト}}$ である。

(ii) 星形 AFBGCHDIEJ の周の長さはおよそ $\boxed{\text{ナ}}$ である。

$\boxed{\text{ツ}}$ の解答群

⓪ cos 75°	① sin 75°	② tan 75°

$\boxed{\text{テ}}$ の解答群

⓪ 200	① 250	② 300
③ 350	④ 400	⑤ 450

$\boxed{\text{ト}}$ の解答群

⓪ 123000	① 124000	② 125000
③ 126000	④ 127000	⑤ 128000

$\boxed{\text{ナ}}$ の解答群

⓪ 1400	① 1450	② 1500
③ 1550	④ 1600	⑤ 1650

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

三角比の表

角	正弦(sin)	余弦(cos)	正接(tan)
0°	0.0000	1.0000	0.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175
2°	0.0349	0.9994	0.0349
3°	0.0523	0.9986	0.0524
4°	0.0698	0.9976	0.0699
5°	0.0872	0.9962	0.0875
6°	0.1045	0.9945	0.1051
7°	0.1219	0.9925	0.1228
8°	0.1392	0.9903	0.1405
9°	0.1564	0.9877	0.1584
10°	0.1736	0.9848	0.1763
11°	0.1908	0.9816	0.1944
12°	0.2079	0.9781	0.2126
13°	0.2250	0.9744	0.2309
14°	0.2419	0.9703	0.2493
15°	0.2588	0.9659	0.2679
16°	0.2756	0.9613	0.2867
17°	0.2924	0.9563	0.3057
18°	0.3090	0.9511	0.3249
19°	0.3256	0.9455	0.3443
20°	0.3420	0.9397	0.3640
21°	0.3584	0.9336	0.3839
22°	0.3746	0.9272	0.4040
23°	0.3907	0.9205	0.4245
24°	0.4067	0.9135	0.4452
25°	0.4226	0.9063	0.4663
26°	0.4384	0.8988	0.4877
27°	0.4540	0.8910	0.5095
28°	0.4695	0.8829	0.5317
29°	0.4848	0.8746	0.5543
30°	0.5000	0.8660	0.5774
31°	0.5150	0.8572	0.6009
32°	0.5299	0.8480	0.6249
33°	0.5446	0.8387	0.6494
34°	0.5592	0.8290	0.6745
35°	0.5736	0.8192	0.7002
36°	0.5878	0.8090	0.7265
37°	0.6018	0.7986	0.7536
38°	0.6157	0.7880	0.7813
39°	0.6293	0.7771	0.8098
40°	0.6428	0.7660	0.8391
41°	0.6561	0.7547	0.8693
42°	0.6691	0.7431	0.9004
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000

角	正弦(sin)	余弦(cos)	正接(tan)
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355
47°	0.7314	0.6820	1.0724
48°	0.7431	0.6691	1.1106
49°	0.7547	0.6561	1.1504
50°	0.7660	0.6428	1.1918
51°	0.7771	0.6293	1.2349
52°	0.7880	0.6157	1.2799
53°	0.7986	0.6018	1.3270
54°	0.8090	0.5878	1.3764
55°	0.8192	0.5736	1.4281
56°	0.8290	0.5592	1.4826
57°	0.8387	0.5446	1.5399
58°	0.8480	0.5299	1.6003
59°	0.8572	0.5150	1.6643
60°	0.8660	0.5000	1.7321
61°	0.8746	0.4848	1.8040
62°	0.8829	0.4695	1.8807
63°	0.8910	0.4540	1.9626
64°	0.8988	0.4384	2.0503
65°	0.9063	0.4226	2.1445
66°	0.9135	0.4067	2.2460
67°	0.9205	0.3907	2.3559
68°	0.9272	0.3746	2.4751
69°	0.9336	0.3584	2.6051
70°	0.9397	0.3420	2.7475
71°	0.9455	0.3256	2.9042
72°	0.9511	0.3090	3.0777
73°	0.9563	0.2924	3.2709
74°	0.9613	0.2756	3.4874
75°	0.9659	0.2588	3.7321
76°	0.9703	0.2419	4.0108
77°	0.9744	0.2250	4.3315
78°	0.9781	0.2079	4.7046
79°	0.9816	0.1908	5.1446
80°	0.9848	0.1736	5.6713
81°	0.9877	0.1564	6.3138
82°	0.9903	0.1392	7.1154
83°	0.9925	0.1219	8.1443
84°	0.9945	0.1045	9.5144
85°	0.9962	0.0872	11.4301
86°	0.9976	0.0698	14.3007
87°	0.9986	0.0523	19.0811
88°	0.9994	0.0349	28.6363
89°	0.9998	0.0175	57.2900
90°	1.0000	0.0000	—

第2問 （配点　30）

〔1〕 図1のような縦100 m，横200 m の長方形の土地があり，直角二等辺三角形状に牧草が生えている。この土地で乳牛を育てるために，周の長さが320 m の長方形状の柵を設置することを考える。その際にできるだけ柵内の牧草が生えている部分の面積が大きくなるようにしたい。

そのために状況を簡略化し，図2のような $AB=200$，$BC=100$ の長方形ABCDと $\angle AOB=90°$ である直角二等辺三角形OABおよび周の長さが320である長方形PQRSを考える。ただし，2点P，Qは辺AB上にあるとし，長方形PQRSは点Oと辺ABの中点を通る直線に関して対称であるとする。さらに，直角二等辺三角形OABと長方形PQRSの共通部分を F とし，F の面積を T とする。

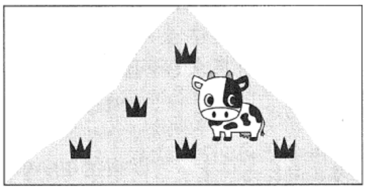


図1

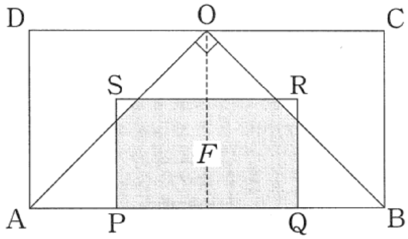


図2

(1) $PS=80$ のとき，長方形PQRSは正方形となり

$T=$ **アイウエ**

である。

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

(2) $\mathrm{PS}=x\ (0<x<100)$ とおく。このとき

$\mathrm{PQ}=$ $\boxed{\text{オ}}$, $\mathrm{AP}=$ $\boxed{\text{カ}}$

である。

$\boxed{\text{オ}}$, $\boxed{\text{カ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ $-2x+160$	① $-2x+80$	② $-x+160$	③ $-x+80$
④ $x+40$	⑤ $x+20$	⑥ $\frac{1}{2}x+40$	⑦ $\frac{1}{2}x+20$

太郎さんと花子さんは T が最大となる場合について考えている。

太郎：F の形は x の値によって変化するね。

花子：まず長方形PQRSが，直角二等辺三角形OABの周および内部からなる領域に含まれる場合について考えようか。

太郎：$\mathrm{AP} \geqq \mathrm{PS}$ となるときだね。

長方形PQRSが，直角二等辺三角形OABの周および内部からなる領域に含まれるのは

$0<x\leqq$ $\boxed{\text{キク}}$

のときである。

$0<x\leqq$ $\boxed{\text{キク}}$ のとき　$T=$ $\boxed{\text{ケ}}$

$\boxed{\text{キク}}$ $<x<100$ のとき　$T=$ $\boxed{\text{コ}}$

であるから，$0<x<100$ において T が最大となるのは $x=$ $\boxed{\text{サシ}}$ のときである。

$\boxed{\text{ケ}}$, $\boxed{\text{コ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ $-x^2+80x$	① $-x^2+160x$
② $-x^2+240x$	③ $-\frac{5}{4}x^2+80x-400$
④ $-\frac{5}{4}x^2+120x-400$	⑤ $-\frac{5}{4}x^2+180x-400$

〔2〕 総務省統計局では，社会生活統計指標として，47 都道府県ごとの常設映画館数，公共体育館数，図書館数など，様々な施設に関するデータを公表している。

(1) 図1は，1995 年度から 2020 年度まで，5 年ごとの六つの年度(それぞれを「時点」と呼ぶことにする)における，47 都道府県ごとの 100 万人あたりの常設映画館数(以下，映画館数)を時点ごとに箱ひげ図にして並べたものである。また，図中の折れ線グラフは時点ごとの映画館数の平均値を結んだものである。

また，図2は，映画館数の時点ごとのヒストグラムである。ただし，年度の順に並んでいるとは限らない。なお，ヒストグラムの各階級の区間は，左側の数値を含み，右側の数値を含まない。

次の $\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，図2の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

2000 年度のヒストグラムは $\boxed{\text{ス}}$ である。

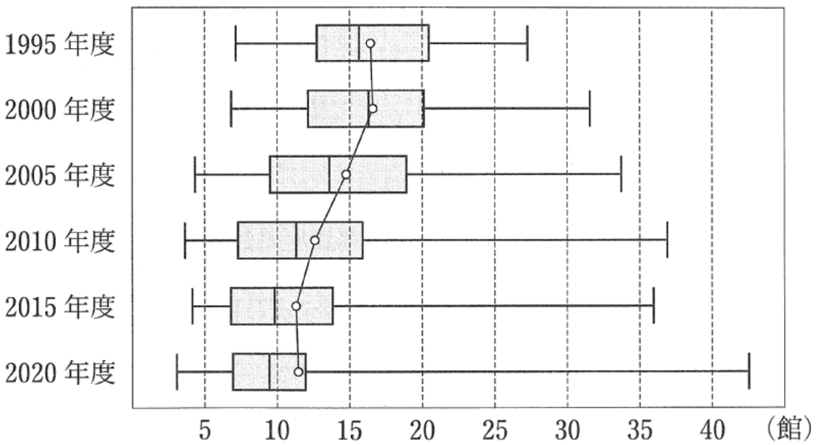


図1　映画館数の時点ごとの箱ひげ図

(出典：総務省統計局の Web ページにより作成)

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

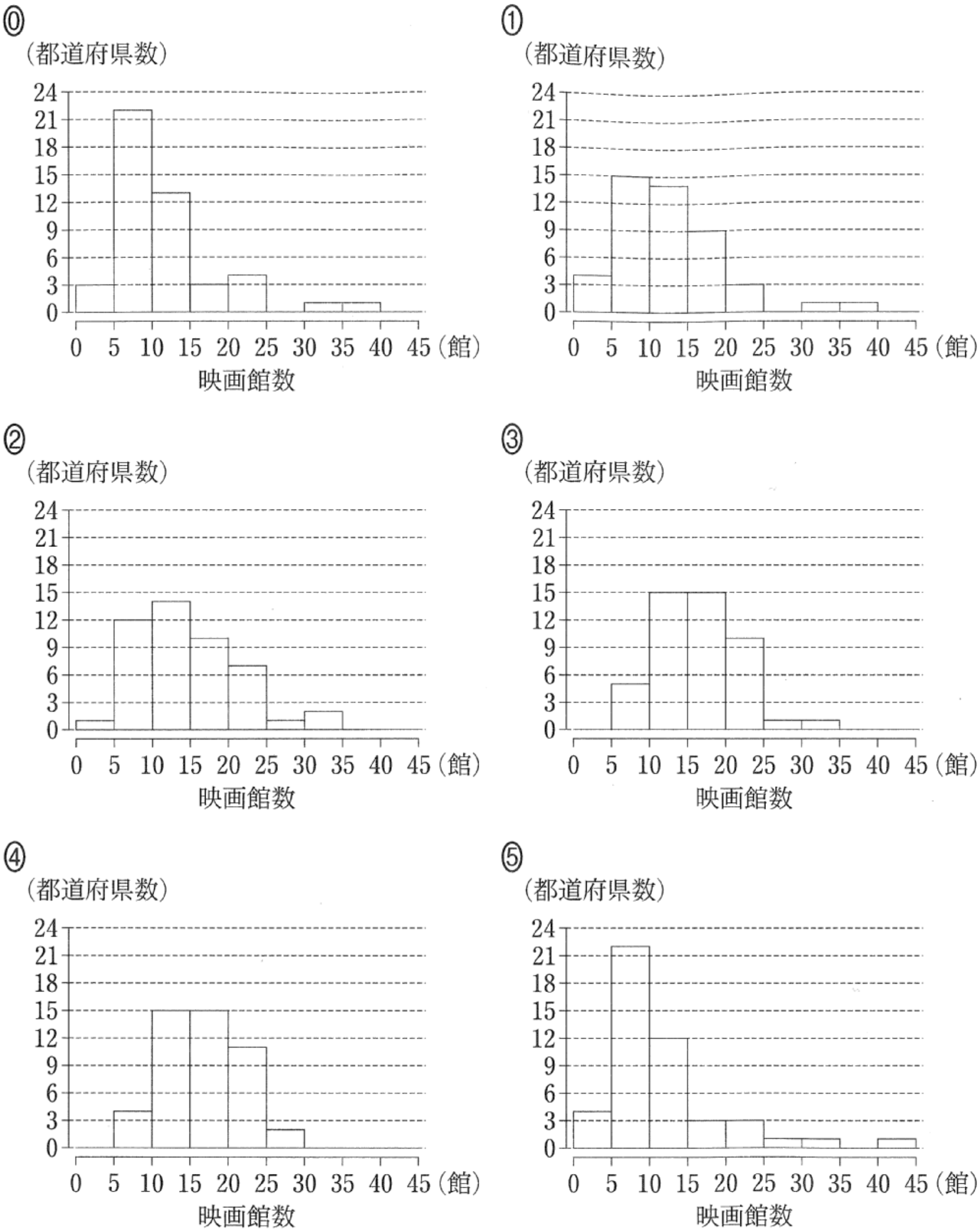


図２　映画館数の時点ごとのヒストグラム

（出典：総務省統計局の Web ページにより作成）

（数学Ⅰ・数学A第２問は次ページに続く。）

次の⓪～④のうち，図1から読み取れることとして正しいものは $\boxed{\text{セ}}$ と $\boxed{\text{ソ}}$ である。

$\boxed{\text{セ}}$，$\boxed{\text{ソ}}$ の解答群(解答の順序は問わない。)

⓪ 1995年度を除く5時点すべてにおいて，映画館数の範囲は，それぞれの直前の時点より増加している。

① 1995年度を除く5時点すべてにおいて，映画館数の第3四分位数は，それぞれの直前の時点より減少している。

② 映画館数が平均値より小さい都道府県数は，6時点すべてにおいて24以上である。

③ 6時点において，四分位偏差が5以上である時点が少なくとも一つある。

④ 6時点において，47都道府県全体における映画館の総数が最も多い時点は2020年度である。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(2) 図3は，2015年度における，47都道府県ごとの100万人あたりの公共体育館数(以下，体育館数)を横軸，100万人あたりの図書館数(以下，図書館数)を縦軸とした散布図である。なお，散布図には完全に重なっている点はない。

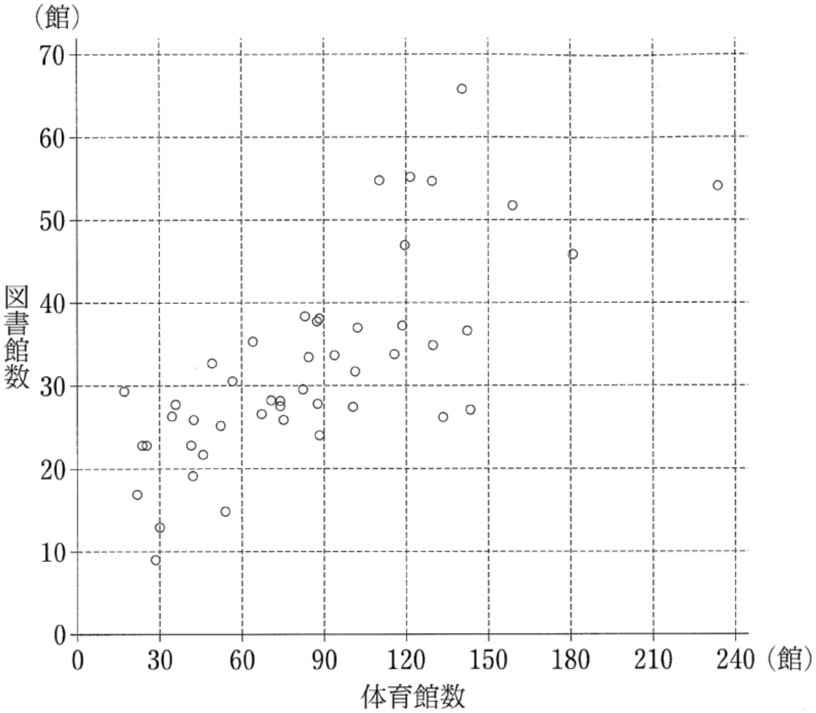


図3　2015年度における体育館数と図書館数の散布図
(出典：総務省統計局のWebページにより作成)

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

次の⓪～④のうち，図3から読み取れることとして正しいものは $\boxed{タ}$ と $\boxed{チ}$ である。

$\boxed{タ}$ ，$\boxed{チ}$ の解答群(解答の順序は問わない。)

- ⓪ 体育館数が最大である都道府県は，図書館数も最大である。
- ① 体育館数と図書館数には正の相関がある。
- ② 図書館数が体育館数より多い都道府県が少なくとも三つある。
- ③ 体育館数の範囲は，図書館数の範囲の3倍より大きい。
- ④ 図書館数が最大である都道府県は，体育館数と図書館数の和が2番目に大きい。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(3) 次の表1は，2015年度における体育館数と映画館数の平均値，分散，標準偏差，共分散の値をまとめたものである。ただし，体育館数と映画館数の共分散は，体育館数の偏差と映画館数の偏差の積の平均値である。また，いずれの値も小数第3位を四捨五入している。

表1　平均値，分散，標準偏差および共分散

	平均値	分散	標準偏差	共分散
体育館数	84.91	2098.38	45.81	39.12
映画館数	11.30	45.35	6.73	

表1を用いると，2015年度における体育館数と映画館数の相関係数は $\boxed{\text{ツ}}$ である。

$\boxed{\text{ツ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑨のうちから一つ選べ。

⓪ −0.74	① −0.57	② −0.41	③ −0.13
④ −0.05	⑤ 0.05	⑥ 0.13	⑦ 0.41
⑧ 0.57	⑨ 0.74		

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

〔3〕 太郎さんは，ある硬貨を投げると表が出やすい気がするので，実験して確かめようと思った。

そこでこの硬貨を14回投げたところ，表が11回出た。

太郎さんは

仮説A：この硬貨は表が出やすい

という仮説を立てた。

表が11回出たら「表が出やすい」と判断できるのであれば，表が11回以上出た場合も「表が出やすい」と判断できるから，この場合は

事象 E：14回投げて表が11回以上出る

が起きたと見なすことにする。仮説Aに反する仮説として

仮説B：この硬貨は表と裏が確率 $\dfrac{1}{2}$ ずつで出る

を考えることにした。

花子さんは表と裏が確率 $\dfrac{1}{2}$ ずつで出ることが確かめられている別の硬貨14枚を投げる実験をすでに1000回行っていて，表が出た枚数ごとの回数は次の表のようになった。

花子さんの実験結果

表の枚数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	計
回数	1	5	24	62	122	181	214	178	120	61	26	5	1	1000

花子さんの実験結果を用いると，仮説Bが成り立つと仮定したとき E が起こる確率は $\dfrac{\boxed{テ}}{\boxed{トナニ}}$ である。

確率5%未満の事象は「ほとんど起こり得ない」と見なすことにする。このとき，仮説Bは $\boxed{ヌ}$。仮説Aは $\boxed{ネ}$。

$\boxed{ヌ}$，$\boxed{ネ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 成り立つと判断できる
① 成り立たないと判断できる
② 成り立つとも成り立たないとも判断できない

第3問 （配点　20）

△ABCにおいて，$AB=AC=2\sqrt{10}$，$BC=4$ とする。

辺BCの中点をM，線分AMを2 ： 1に内分する点をDとすると

$$AM=\boxed{\text{ア}},\quad AD=\boxed{\text{イ}}$$

である。

△DMCの外接円を C_1 とし，円 C_1 と辺ACとの交点でCとは異なる点をEとする。方べきの定理を用いると

$$AE\cdot AC=\boxed{\text{ウエ}}$$

であるから

$$AE=\frac{\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。また，直線EDと直線CBとの交点をFとすると

$$MF=\boxed{\text{ケ}}$$

である。

さらに，△AFCの外接円を C_2 とし，円 C_2 の中心をOとする。直線COと円 C_2 との交点でCとは異なる点をJとする。次のⓐ，ⓑ，ⓒのうち，平行な直線の組であるものは全部で $\boxed{\text{コ}}$ 個ある。

ⓐ　直線AMと直線JF　　ⓑ　直線FCと直線JE　　ⓒ　直線EFと直線AJ

また

$$JF=\boxed{\text{サ}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

△AFC の重心を G とする。点 G に関する次の (I), (II), (III) の正誤の組合せとして正しいものは $\boxed{\text{シ}}$ である。

(I) 点 G は直線 AB 上にある。

(II) 点 G は直線 OD 上にある。

(III) 点 G は直線 CO 上にある。

$\boxed{\text{シ}}$ の解答群

	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(I)	正	正	正	正	誤	誤	誤	誤
(II)	正	正	誤	誤	正	正	誤	誤
(III)	正	誤	正	誤	正	誤	正	誤

また，直線 OD と円 C_1 との交点で D とは異なる点を K とし，直線 OD と円 C_2 との交点で D に近い方の点を L，もう一方の点を N とする。このとき

$$\mathrm{ND} : \mathrm{DK} : \mathrm{KL} = \left(\sqrt{\boxed{\text{ス}}} + \boxed{\text{セ}}\right) : 1 : \left(\sqrt{\boxed{\text{ソ}}} - \boxed{\text{タ}}\right)$$

である。

第4問 （配点　20）

箱の中に2枚のカード $\boxed{\mathrm{A}}$，$\boxed{\mathrm{B}}$ が入っている。この箱から1枚のカードを取り出し，そのカードに書かれた文字を確認してカードを箱に戻すという操作を繰り返す。ただし，次の(a)または(b)に該当した場合は操作を終了する。

(a)　$\boxed{\mathrm{A}}$ を3回連続して取り出す。

(b)　$\boxed{\mathrm{B}}$ を合計3回取り出す。

(1)　ちょうど3回の操作で終了する確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2)　ちょうど4回の操作で終了する確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(3)　終了するまでに行われる操作の最大回数は $\boxed{\text{オ}}$ 回である。

（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

(4) 操作を終了したとき，それまでに $\boxed{\mathrm{B}}$ を取り出した回数を X とする。

$X=1$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ である。

$X=2$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシス}}}$ である。

$X=3$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{セソタ}}}{\boxed{\text{サシス}}}$ である。

X の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{チツテト}}}{\boxed{\text{サシス}}}$ である。

(5) (a)により操作を終了したという条件のもとで，$\boxed{\mathrm{B}}$ を一度も取り出していないという条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネノ}}}$ である。

(100点満点)

問題番号	解答記号	正　解	配点	自己採点
第1問	ア，イ	2，2	2	
	ウ	0	2	
	エオ，カ，キ	−2，0，2	2	
	ク	2	2	
	ケ	1	2	
	コサ	72	2	
	シス	54	2	
	セ	1	3	
	ソ	2	3	
	タチ，ツ	80，2	2	
	テ	2	2	
	ト	2	3	
	ナ	3	3	
		第1問　自己採点小計	(30)	

問題番号	解答記号	正　解	配点	自己採点
第2問	アイウエ	6000	2	
	オ	2	2	
	カ	7	2	
	キク	40	2	
	ケ	1	2	
	コ	5	3	
	サシ	72	2	
	ス	3	2	
	セ，ソ	1，2 (解答の順序は問わない)	4 (各2)	
	タ，チ	1，3 (解答の順序は問わない)	4 (各2)	
	ツ	6	2	
	$\frac{テ}{トナニ}$	$\frac{4}{125}$	2	
	ヌ，ネ	1，0	1	
		第2問　自己採点小計	(30)	

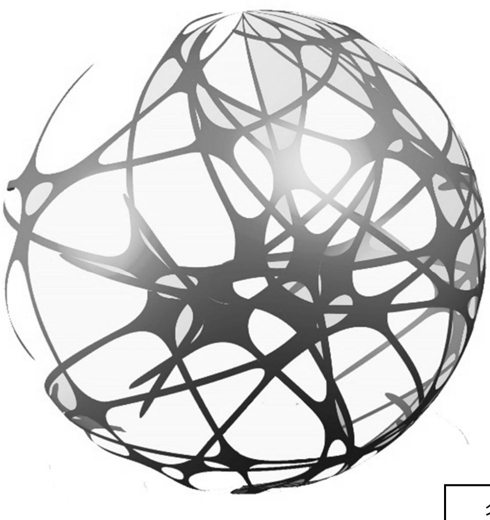
問題番号	解答記号	正　解	配点	自己採点
第3問	ア	6	2	
	イ	4	2	
	ウエ	24	3	
	$\frac{オ\sqrt{カキ}}{ク}$	$\frac{6\sqrt{10}}{5}$	2	
	ケ	6	2	
	コ	2	2	
	サ	4	2	
	シ	1	2	
	ス，セ，ソ，タ	5，1，5，2	3	
	第3問	自己採点小計	(20)	
第4問	$\frac{ア}{イ}$	$\frac{1}{4}$	2	
	$\frac{ウ}{エ}$	$\frac{1}{4}$	2	
	オ	9	3	
	$\frac{カ}{キク}$	$\frac{7}{64}$	2	
	$\frac{ケコ}{サシス}$	$\frac{49}{512}$	3	
	セソタ	343	3	
	チツテト	1183	2	
	$\frac{ナニ}{ヌネノ}$	$\frac{64}{169}$	3	
	第4問	自己採点小計	(20)	
		自己採点合計	(100)	

Mathematics 数学

Forward 将来に

individual 個人

training 訓練



名　前